P.Aimé. 06/07/08
Systémes évolutifs/Transformation de Laplace/Transformer une fonction causale (L1), demo25.pdf

Transformées de Laplace usuelles.

La fonction f est définie par les expressions suivantes pour $t \geq 0$, on peut supposer que $f(t) = 0$ pour $t < 0$.

La fonction appelée "échelon" est ainsi définie : t_0, h et A sont des constantes positives (non nulles) données, f est la fonction en escalier égale à A sur $[t_0, t_0 + h]$, nulle ailleurs.

$f(t)$, $t \geq 0$	$F(z) = \mathcal{L}(f)(z)$	$\sigma(f)$
1	$\frac{1}{z}$	0
e^{at}, $a = \alpha + i\beta \in \mathbb{C}$	$\frac{1}{z-a}$	α
Echelon	$\frac{A}{z} e^{-zt_0}(1 - e^{-zh})$	0
$\sin \omega t$, $\omega \in \mathbb{R}$	$\frac{\omega}{z^2+\omega^2}$	0
$\cos \omega t$, $\omega \in \mathbb{R}$	$\frac{z}{z^2+\omega^2}$	0
sh ωt, $\omega \in \mathbb{R}$	$\frac{\omega}{z^2-\omega^2}$	ω
ch ωt, $\omega \in \mathbb{R}$	$\frac{z}{z^2-\omega^2}$	ω
t	$\frac{1}{z^2}$	0
$t^n e^{z_0 t}$, $z_0 \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{(z-z_0)^{n+1}}$	$\mathrm{Re}(z_0)$

Remarque sur l'échelon.

Si $A = \frac{1}{h}$, la transformée a une limite e^{-zt_0}, en particulier si $t_0 = 0$, la transformée est la constante 1, mais la fonction f a pour limite une fonction nulle partout sauf en t_0 où elle est infinie. L'intégrale qui définit F n'a plus de sens. En fait, ceci garde un sens en tant que transformée de Laplace d'une distribution.